

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СРЫВА СЛЕЖЕНИЯ В СИСТЕМЕ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ**

**Дядюра М.О., Мухетдинова А.Р.**

*ФГАОУ ВПО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»*

**Аннотация:** Приведены результаты исследований системы фазовой автоподстройки частоты с учетом и без учета аддитивных помех, сопровождающих эталонный сигнал. Использование метода теории выбросов проведен теоретический анализ зависимости вероятности срыва слежения (синхронизации) за заданное время наблюдения от отношения мощностей сигнала и помехи в канале эталонного сигнала. Для получения более точных результатов разработана имитационная модель системы в пакете динамических систем «Simulink» в среде Matlab, с использованием которой получены основные характеристики системы.

**Ключевые слова:** фазовая автоподстройка частоты, теория выбросов, срыв слежения

## **STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF FAILURE TRACKING IN THE PHASE-LOCKED LOOP SYSTEM**

**Dyadyura M.O., Muhetdinova A.R.**

*Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Professional Education «Ural Federal University named after the first President of Russia B.N.Yeltsin»*

**Annotation:** The results of studies of phase-locked loop system with and without additive noise, accompanying a reference signal, are given. Theoretically based, the dependence of the probability of failure tracking (synchronization) over a defined time of supervision from the power of the signal and noise in the channel of the reference signal analyzed by using the emission theory. For more accurate results the imitation model of the system developed in "Simulink" the dynamical systems package in Matlab, using which the basic characteristics of the system are got.

**Keywords:** phase-locked loop, theory of emissions, the failure of the tracking

### **Введение**

Фазовая автоподстройка частоты (ФАПЧ) является многофункциональной системой, использующейся для частотной синхронизации, уплотнения и разделения каналов в системах связи, умножения и преобразования частоты, а также в других целях. ФАПЧ – это система автоматического регулирования, которая подстраивает фазу управляемого генератора в соответствии со значением фазы опорного сигнала [1].

Многие общеизвестные фирмы применяют систему ФАПЧ в своих микроэлектронных компонентах. Так, к примеру, фирма Analog Devices использует систему ФАПЧ для некоторых типов своих синтезаторов и ЦАП, а также в различном качестве для некоторых типов приемопередатчиков. Аналогично используют данную систему и другие фирмы: Texas Instruments, Motorola, Gran-Jansen AS [4].

## Цель

Целью данной работы является исследование принципов работы фазовой автоподстройки с различными фильтрами низких частот в петле обратной связи и получение характеристик срыва слежения как теоретическими, так и экспериментальными методами.

## Принцип работы ФАПЧ и составные блоки

Рассмотрим упрощенную однопетлевую, изолированную от внешних воздействий систему ФАПЧ [1]. По своей структуре такая ФАПЧ – это следящая система автоматического регулирования с одним входом, одним выходом и однопетлевой обратной связью (Рис1).

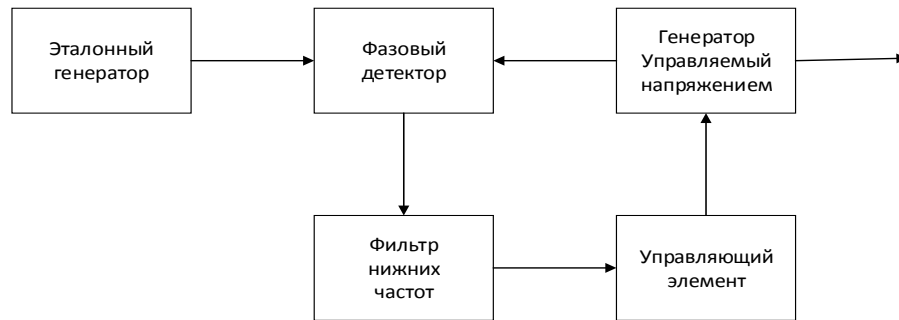


Рис.1. Функциональная схема ФАПЧ

Данная система используется для стабилизации частоты автогенератора по сигналу более стабильного эталонного генератора (ЭГ). Объект регулирования – генератор управляемый напряжением (ГУН), причем сигнал управления воздействует на частоту и фазу его автоколебаний. На входе системы действует сигнал эталонного генератора в виде периодической или квазипериодической функции (управляющие воздействие), а с ее выхода снимается сигнал ГУН. Датчик рассогласования в системе – фазовый детектор, функцией которого является фиксирование ошибки между фазой сигналов с эталонного и подстраиваемого генераторов. Фильтр нижних частот предназначен для коррекции передаточной функции замкнутой системы и фильтрации возможных помех, управляющий элемент для изменения частоты (фазы) подстраиваемого генератора.

Существует несколько режимов работы системы [1].

Стационарный режим. Частоты ЭГ  $\omega_{ЭГ}$  и ГУН  $\omega_{ГУН}$  равны, в результате разность фаз между сигналами генераторов постоянна, как и выходное напряжение фазового детектора.

Режим удержания. Частоты ЭГ и ГУН равны, и незначительные изменения параметров ГУН, определяющих его частоту, в среднем полностью компенсируются действием ФАПЧ. Полоса удержания – область начальных расстроек, в которой возможен этот режим. Ширина полосы удержания равна разности частот ГУН, соответствующих наибольшему и наименьшему напряжениям на выходе фазового детектора.

Режим биений. При данном режиме разность фаз подстраиваемого и эталонного генераторов увеличивается с течением времени. Режим биений наблюдается в тех случаях, когда начальная расстройка ГУН относительно ЭГ (т.е. расстройка, соответствующая нулю напряжений на выходе ФД) больше полосы захвата.

Режим захвата – переходное состояние системы, при котором режим биений переходит с течением времени в режим удержания [1]. Под полосой захвата понимают область начальных расстроек, в которой при любых начальных условиях устанавливается режим удержания. Обычно в момент включения частоты ГУН и ЭГ не совпадают, и в системе наблюдается режим биений. При это сигнал ГУН модулируется по частоте напряжений биений.

### **Измерение частотных полос захвата и удержания**

Для определения полос захвата и удержания построена имитационная модель системы ФАПЧ в среде Matlab в графической среде имитационного моделирования (Рис.2) [5]. В состав модели входят: генератор гармонических колебаний с постоянной частотой (Sine Wave), генератор с линейно-изменяющейся частотой (Chirp Signal), генератор белого шума, фазовый детектор, состоящий из перемножителя и ФНЧ, полосовой фильтр, три вида фильтров обратной связи, усилитель и генератор, управляемый напряжением(ГУН). Общее время моделирования равно 10 с.

В результате анализа подобраны параметры имитационной модели.

Частота ЭГ равна 1000 Гц, амплитуда 1В, сигнал синусоидальной формы.

Начальная частота генератора с линейно изменяющейся частотой (Initial frequency), равна 900 Гц, конечная частота (Frequency at target time) равна 1100 Гц, время изменения частоты (Frequency at target time) - 10 сек. При таких настройках генератор линейно-изменяющейся частоты изменяет свою частоту на 20 Гц каждую секунду, на пятой секунде данный генератор имеет номинальную частоту, равную 1000 Гц.

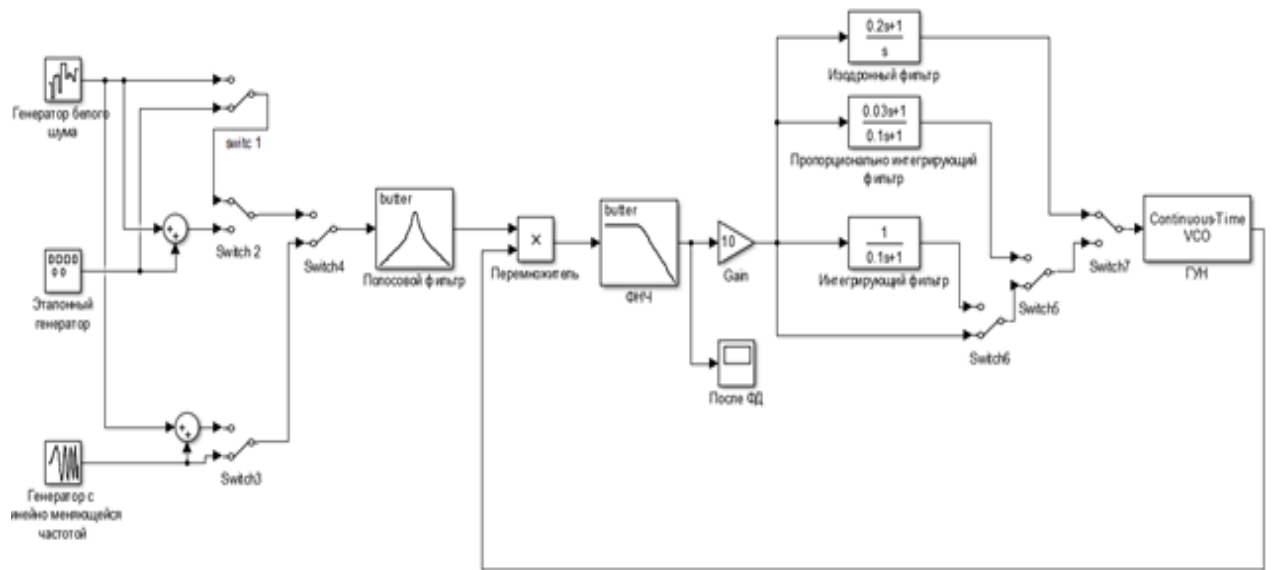
Частота покоя ГУН равна 1000 Гц, крутизна (Input sensitivity) - 5 Гц/В, начальная фаза равна нулю.

Коэффициент передачи в петле обратной связи равен  $10 \frac{1}{с}$ .

Полосовой фильтр имеет четвертый порядок, нижняя частота 900 Гц, верхняя 1100 Гц. ФНЧ, входящий в состав фазового детектора, также имеет четвертый порядок и полосу пропускания 200 Гц.

В процессе исследования нами рассматривались следующие варианты построения системы:

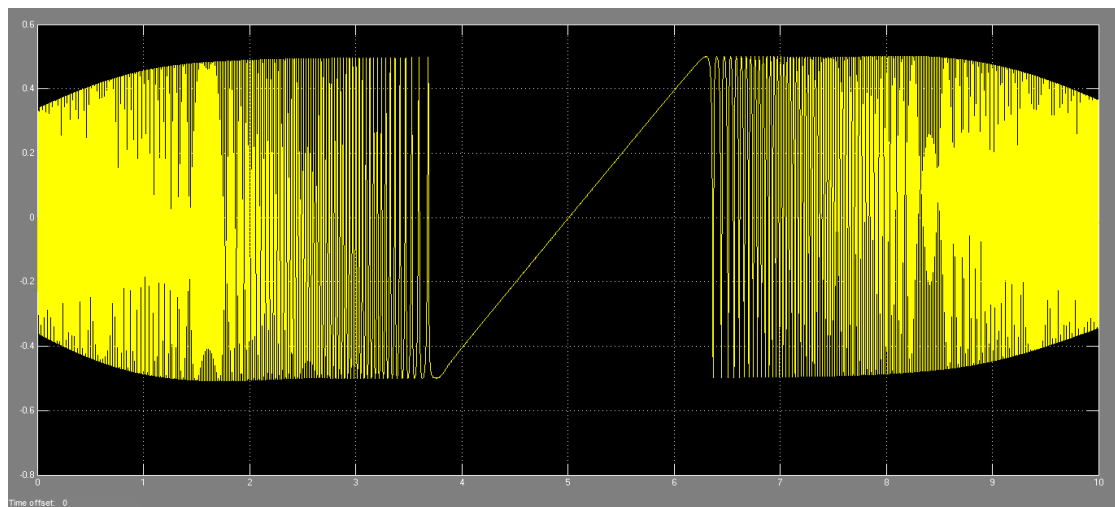
- ФАПЧ без фильтра
- ФАПЧ с интегрирующим фильтром нижних, постоянная времени  $T_1 = 0.1$  секунды
- ФАПЧ с пропорционально интегрирующим фильтром, постоянная времени  $T_2 = 0.1$  секунды,  $T_3 = 0.03$  секунды
- ФАПЧ с изодромным фильтром, постоянная времени  $T_4 = 0.2$  секунды.



**Рис.2 Структурная схема системы ФАПЧ в пакете динамических систем «Simulink**

С помощью имитационной модели системы ФАПЧ проведено измерение полос захвата и удержания при различных вариантах системы:

1. Система без фильтра (Рис.3):



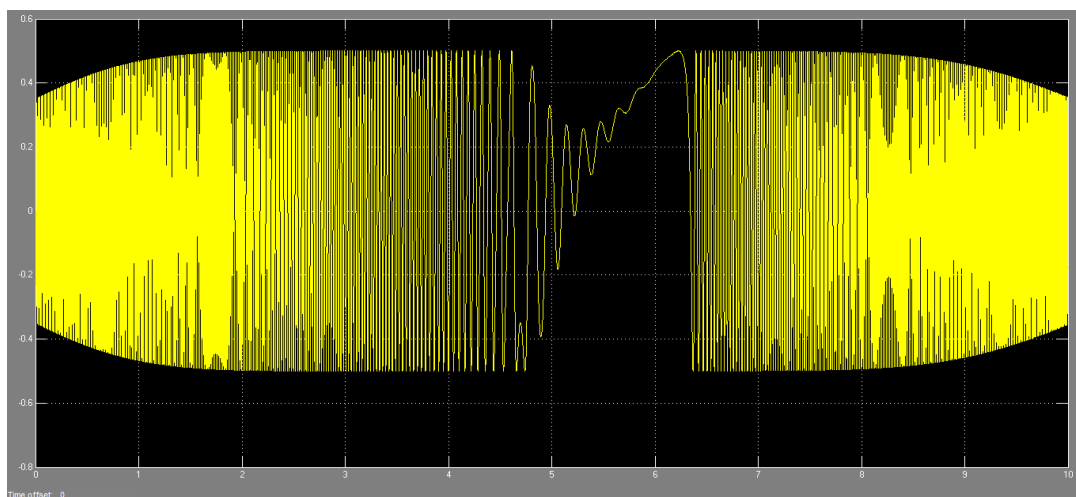
**Рис.3. Сигнал на выходе фазового детектора**

Измерения проводились при входном сигнале с генератора с линейно-меняющейся частотой:

Полоса захвата: 25 Гц

Полоса удержания: 25 Гц

2. Система с интегрирующим фильтром, постоянная времени  $T_1 = 0.1$  секунды (Рис.4):

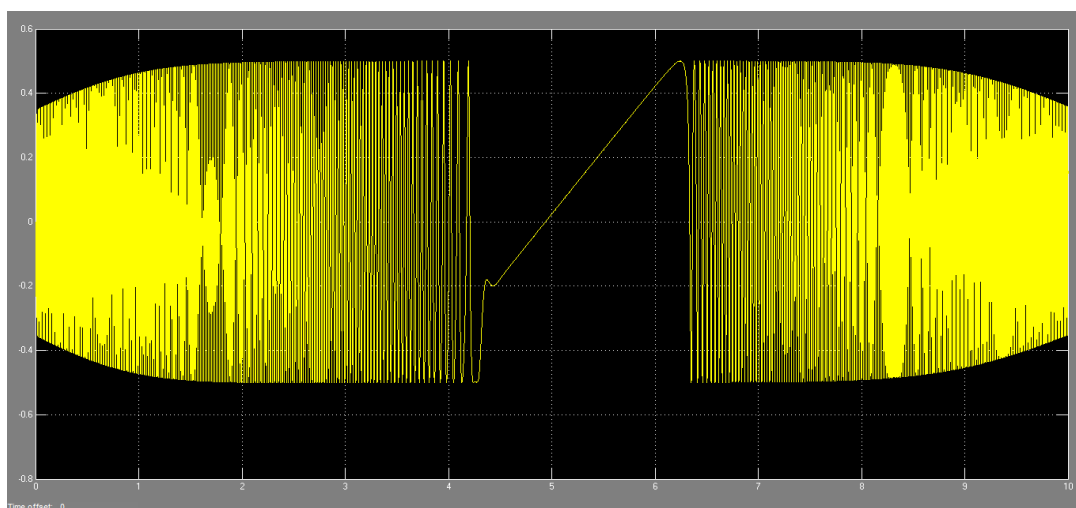


**Рис.4. Сигнал на выходе фазового детектора**

Полоса захвата: 10 Гц (измерена при помощи генератора постоянной частоты)

Полоса удержания: 25 Гц

3. ФАПЧ с пропорционально-интегрирующим фильтром, постоянная времени  $T_2 = 0.1$  секунды,  $T_3 = 0.03$  секунды (Рис.5):



**Рис.5. Сигнал на выходе фазового детектора**

Полоса захвата: 6 Гц

Полоса удержания: 25 Гц

4. ФАПЧ с фильтром астатизма второго порядка, постоянная времени  $T_4 = 0.2$  секунды.

Для измерения полос захвата и удержания был использован ЭГ. Постепенно изменяя начальную расстройку между ЭГ и ГУН, получены следующие значения частот:

Полоса захвата: 25 Гц

Полоса удержания: 25 Гц

### **Анализ срыва слежения**

Система ФАПЧ при воздействии шумов подвержена срыву слежения. Существует несколько методов анализа срыва слежения. В настоящем исследовании рассмотрен метод

теории выбросов. В данном методе под срывом слежения подразумевается выход фазы сигнала ГУН за пределы апертюры фазового детектора [2].

Если рассматривать определенное количество  $m$  событий, произошедших за время  $T$ , тогда вероятность срыва слежения определяется следующим выражением [2]

$$P(T, m) = \frac{n_{\text{ср}}^m}{m!} e^{-n_{\text{ср}} T} \quad (1)$$

где  $n_{\text{ср}}$  – среднее значение числа выбросов в единицу времени

На основании (1) можно получить формулу вероятности отсутствия выбросов за время  $T$

$$P(T, m) = e^{-n_{\text{ср}} T} \quad (2)$$

Вероятность, по крайней мере, одного выброса за время  $T$

$$P(T, m) = 1 - e^{-n_{\text{ср}} T} \approx 1 - (1 - n_{\text{ср}} T) = n_{\text{ср}} T \quad (3)$$

Для величины  $n_{\text{ср}}$  получено выражение следующее выражение [2]

$$n_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} \dot{x} W(x, \dot{x}) dx, \quad (4)$$

где  $W(x, \dot{x})$  – двумерная плотность распределения процесса и его производной.

Для упрощения расчета используется допущение о нормальном распределении ошибки слежения за фазой сигнала  $x(t)$ , для которого  $W(x, \dot{x})$  равна произведению одномерных плотностей

$$W(x, \dot{x}) = W(x) W(\dot{x}) \quad (5)$$

Подставив формулу (5) в формулу (4), получим

$$n_{\text{ср}} = W_1(x) \int_0^{\infty} \dot{x} W_2(\dot{x}) d\dot{x} \quad (6)$$

При нормальном распределении производной ошибки  $\dot{x}(t)$ , получим

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{x}}} \exp\left(-\frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2}\right) \dot{x} d\dot{x} = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sqrt{2\pi}}, \quad (7)$$

где  $\sigma_{\dot{x}}$  – среднеквадратичное отклонение производной ошибки  $\dot{x}(t)$

$$n_{\text{ср}} \approx W_1(x) \times \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sqrt{2\pi}} \quad (8)$$

С учетом выражений (7), (8)

$$n_{\text{ср}} = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{(x_a - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right), \quad (9)$$

где  $m_x$  – математическое ожидание;

$x_a$  – апертюра ФД

Дисперсия флуктуационной составляющей ошибки слежения определяется формулой [3]

$$\sigma_x^2 = S \Delta F \Delta, \quad (10)$$

где  $S_{\Sigma} = \frac{1}{q^2 \Delta f_{\Sigma}}$  – спектральная плотность мощности помехи  $n(t)$  [3]; (11)

$\Delta F_{\Sigma} = \frac{K}{4}$  – эквивалентная шумовая полоса [3] (12)

$\frac{\sigma_x}{\sigma_{\Sigma}} = \omega_{\Pi}$  – среднеквадратичное значение полосы системы (13)

$f_{\Pi} = \frac{\sigma_x}{2\pi \sigma_{\Sigma}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} |K(j\omega)|^2 \omega^2 d\omega}{\Delta F_{\Sigma}}}$  – среднеквадратичное значение полосы пропускания следящей системы (14)

В результате, получаем выражение для нахождения вероятности срыва слежения

$P_{\text{ср}} \approx f_{\Pi} T \exp\left(-\frac{(x_a - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right),$  (15)

где  $T$  – время наблюдения

$f_{\Pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{T\Phi}},$  (16)

где  $T\Phi$  – постоянная времени фильтра нижних частот

$K = K_d K_{yc} S_y = 27,56$  – коэффициент передачи системы, (16)

где  $K_d$  – коэффициент передачи фазового детектора;

$K_{yc}$  – коэффициент передачи усилителя;

$S_y$  – крутизна управления ГУН

Для расчета зададим значение порога  $x_a = \frac{\pi}{2}$  и математическое ожидание  $m_x = \frac{\pi}{6}$ .

Учитывая все выше написанные формулы, получим следующее выражение для определения вероятности срыва слежения

$$\begin{aligned} P_{\text{ср}} \approx f_{\Pi} T \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{T\Phi}} T \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\frac{1}{q^2 \Delta f_{\Sigma}}}\right) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{T\Phi}} T \exp\left(-\frac{(x-m)^2 2q^2 \Delta f_{\Sigma}}{K}\right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{27,56}{0,1}} 10 \exp\left(-\frac{\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)^2 2q^2 200}{27,56}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

На рис.6 изображена полученная зависимость вероятности срыва слежения от отношения мощностей эталонного сигнала и шума.

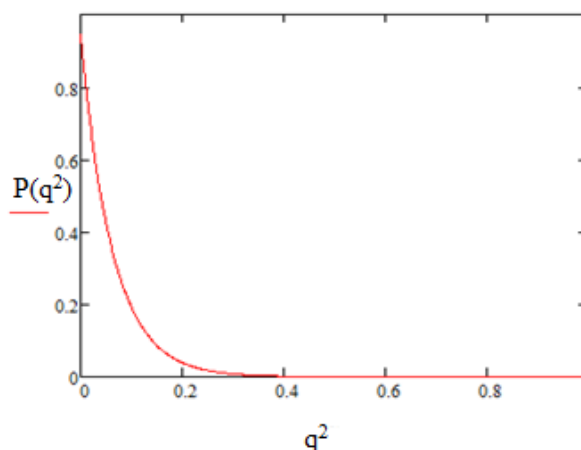


Рис.6. Зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал/шум  $q^2$

Например, при  $q^2 = 0.3$ , вероятность срыва слежения  $P_{\text{ср}} = 0,008$ .

### Заключение

В данной работе исследованы принципы работы фазовой автоподстройки в разработанном программном обеспечении в среде Matlab. Определены полосы захвата и удержания при различных вариантах системы. Методом теории выбросов проведен анализ срыва слежения в системе с интегрирующим фильтром. По результатам расчета построена зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал/шум. В связи с большими временными затратами, необходимыми для проведения эксперимента, сравнение теоретических результатов и результатов моделирования в настоящее время не проведено.

### Список литературы

1. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Система фазовой автоподстройки частоты. – М.: Связь, 1972 – 447 с.
2. Обрезков Г.В., Разевиг В.Д. Методы анализа срыва слежения. – М.: Советское радио, 1972 – 240 с.
3. Астрецов Д.В. Следящие радиосистемы. Учебное электронное текстовое издание, УрФУ 2010
4. Голуб В. Система ФАПЧ и ее применения// интернет-портал Рынок микроэлектроники, URL: [http://www.chipnews.ru/html.cgi/arhiv/00\\_04/stat\\_2.htm](http://www.chipnews.ru/html.cgi/arhiv/00_04/stat_2.htm) (дата обращения: 1.12.2015)
5. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. – М.: ДМК Пресс, СПб: Питер, 2008. 288 с.

### References

1. Shahgildyan V.V., Lyahovkin A.A. *Systema fazovoy avtopodstroyki chastoty*. M.: Svyaz Publ, 1972. 447 p.
2. Obrezkov G.V., Razevig V.D. *Metody analiza sryva slezheniya*. M.: Sovetskoe radio Publ., 1972. 240 p.



3. Astretsov D.V. *Sledyashie radiosistemy*. Educational electronic text edition, UrFU. 2010
4. Golub V. *Sistema FAPCH i ee primeneniya*. Internet portal Rynok microelectroniki. Available at: [http://www.chipnews.ru/html.cgi/arhiv/00\\_04/stat\\_2.htm](http://www.chipnews.ru/html.cgi/arhiv/00_04/stat_2.htm) ( accessed 1.12.2015)
5. Chernyh I.V. *Modelirovanie electrotehnicheskikh ustroystv v MATLAB, SimPowerSystems u Simulink*. M.: DMK Press. Saint Petersburg: Piter Publ., 2008. 288 p.